

Einleitung

Die im Abstract genannten Ergebnisse können
mit dem folgenden Satz

On the Theory of the electrical conductivity of metals

Abstract

The electric conductivity of metals is calculated by means of the elementary Drude theory using a recently published, new electron energy distribution function. An expression in closed form that is valid for the whole temperature range and for all metals is obtained.

The Wiedemann-Franz law is satisfied. Superconductivity is present by analogy with the Mössbauer effect whenever the momentum of an electron is transferred to a sufficiently large ensemble of atoms.

Einleitung

Die im Abstract genannten Ergebnisse können mit dem Drudeschen Ansatz ^{für...} nicht auf der Grundlage der ~~konventionellen~~ ^{bekannteren} Theorie der ~~entarteten~~ ^{-entartung} Elektronen gewonnen werden;

^{noch eine Erweiterung des Absatzes} und ~~der~~ durch Einbeziehung der Elektronen-Ionengitter-Wechselwirkung ^{Ergebnissen} ~~erweiterte Ansatz~~ führt zu Berechnungen, die

^{keine zitiert-fähige Aussage!} "nicht wirklich befriedigen können", wie F. Sauter ^H 1) sagt.

U.E. ist ⁱⁿ ~~diese Meinung~~ ^{in gewisser Umfängen} nicht erst bei Ansehung dieser relativ komplizierten ^{heit der} Rechnungen gerechtfertigt, ^{Sondern vor allem} vielmehr halten wir ^{bescheidig} sie im Hinblick auf die Grundlagen der Theorie ~~für~~ ^{zutreffend}.

^{nämlich} ~~Bekanntlich~~ ^{doch} kann die elementare Theorie schon nicht erklären, daß die Erdalkalien ^{allesamt} gute Leiter sind; ^{sind} da ihre Bänder voll besetzt sind wie z.B. die der Alkalichloride oder fester Edelgase auch. Die zur Erklärung dieses Widerspruchs ausgebildete

^{benutzte Vorstellung,}

1) F. Sauter:

^H Hier die tatsächlichen Mängel nennen!

Redeweise, daß ~~sich~~ das s^2 -Band mit anderen Bändern überlappe,
erweist sich zumindest für Beryllium und Magnesium als ~~unsinnig~~,
da unbesetzte Bänder mit kleinerer Hauptquantenzahl als 2
resp. 3 nicht existieren.

Diesen Hinweis auf ~~nur einige~~, ^{bisweilen} der auch in der Literatur offen-
^{aufgezeigten} gelegten Unzulänglichkeiten ~~halten wir für notwendig~~, weil ~~daß~~
~~Physiker sich überwiegend mit der~~ ^{die} Theorie der in Rede stehenden
~~Physik zufrieden zu geben scheinen~~. ^{nicht so ganz kritiklos hingenommen werden können} So findet man ~~die~~ Ansicht,
^{In diesem Zusammenhang ist die Ansicht interessant,}
daß die Festkörperphysik sich ganz materialorientierten,
quantitativen Fragestellungen zugewandt habe, weil eine "weit-
gehende Vollständigkeit der festkörperlichen ^{physika} Grundlagen"
vorhanden ist, weil "Festkörperphysik eine "alte" Wissenschaft"
ist. 2)

2) Gert Eilenberger: Festkörperphysik: Quo vadis ?, Phys.Bl. 37
(1981) Nr. 3

Demgegenüber haben wir ^{kürzlich dargelegt} festgestellt ³⁾, daß bereits ^{eine} die grund-
legende Annahme der ~~konventionellen~~ Festkörperphysik, ^{nämlich} daß ent-
artete Elektronen freie Elektronen ^{sein, nicht zutrifft,} sind, ~~falsch~~ ist. Vielmehr
sind entartete Elektronen, ^{wie l.c.} so wurde gezeigt, ^{sehr wohl} gebundene Elektronen,
^{und zwar} im Sinne des Virialsatzes, ^{Dieser} welcher ^{nämlich} fordert, daß bei-Coulomb -
Wechselwirkung — die kinetische Energie der Elektronen gleich
deren halber negativer potentieller Energie ist. Die ^{Betrachtung} ~~Ernennung~~
der entarteten Elektronen ^{als} zu freien Elektronen wird ^{gewöhnlich} im Rahmen
~~der herkömmlichen Theorie~~ mit der durch ihre elektrische Leit-
fähigkeit belegten freien Beweglichkeiten begründet; ~~ebwohl~~ die
Gleichsetzung ^{jedoch} von "frei" und "frei beweglich" ^{sollte} schon von der
Grammatik her bedenklich machen ~~müßte~~. Man findet auch diese

Entartung: für einem Eigenwert gehören mehrere
Eigenfunktionen

3) H. Wulff Nuovo Cimento

sich quantitative gebende Schlußfolgerung: Da die kinetische Energie, die (Fermienergie) ^{mit der} proportional zur Zweidrittelpotenz der Elektronendichte, die potentielle Energie nur ^{mit der} proportional zur Eindrittelpotenz anwächst, ^{nähert sich} ist das Elektronengas umso idealer, je größer die Dichte ist 4) 5) ^{mit wachsender Dichte}

^{Das} Die bei dieser Argumentation ^{auffretende Problem ist} entstehende Frage, wie dann der Virialsatz zu erfüllen ^{ist} sei, wurde nicht aufgeworfen; das Problem ^{gar als solches} wurde nicht erkannt.

Den ^{hier vorgeschlagenen} hier zu Wirkung kommende Unterschied zwischen der herkömmlicher und der ^{sieht man} neuen Theorie manifestiert sich im Ausdruck für die kinetische Energie des entarteten Elektrons. Anstelle des Ausdrucks für die Fermienergie ϵ_F tritt der Ausdruck hier schreiben!

$$\begin{aligned} \epsilon &= \frac{1}{2} m v^2 = (2\pi^2 a_B^3 n)^{-1/3} \epsilon_{\text{Fermi}} \\ &= (2\pi^2 a_B^3 n)^{-1/3} (2\pi^2)^{2/3} \frac{\hbar^2}{2m} n^{2/3} \quad (1) \\ &= \frac{1}{2} (2\pi^2)^{1/3} e^2 n^{1/3} \quad , \quad 2\pi^2 a_B^3 n \gtrsim 1 \end{aligned}$$

worin $a_B = \hbar^2 / (me^2)$ den Bohrschen Radius und n die Anzahldichte der Elektronen bedeuten.

Die kinetische Energie ~~hängt~~ wie die potentielle Energie mit ^{wächst jetzt} der Eindrittelpotenz ~~von~~ der Dichte ab; ^{somit ist} der Virialsatz ist hier ~~daher~~ für alle Dichten ~~zu~~ ^terfüllen.

Berechnet man aus Gleichung (1) die Elektronengeschwindigkeit ^{und} ~~und bildet mit ihr~~ das Verhältnis aus der ^{dieser} de Broglie Wellenlänge $\lambda = h/(mv)$ und dem mittleren Teilchenabstand $n^{-1/3}$, so

$$\lambda n^{1/3} = 2\pi (2\pi^2)^{-1/3} = 2\pi \times 0.37 \quad (2)$$

nach der ^{geltenden} konventionellen Theorie, ^{und dagegen}

$$\lambda n^{1/3} = (4\pi)^{1/3} (2\pi^2 a_B^3 n)^{1/6} = 2\pi \times 6.73 \times 10^{-5} n^{1/6} \quad (3)$$

nach ^{unserer} der hier anzuwendenden Theorie. Die letzte Gleichung

besagt, daß bei hinreichend hoher Dichte die de Broglie - Wellenlänge den mittleren Protonenabstand ^{übergreift, trifft.}

Die Elektronen werden infolgedessen an den Protonen gestreut, so daß sie im Plasmaverbund vagabundieren, d.h. daß sie leitfähig sind.

leitfähig heißt: El. können einem Potential -
Differenzgradienten folgen.

Plasma ist per Def. leitfähig! Im Pl. sind die El. frei.

Sie sind aber nicht frei, da der Erwartungswert der kinetischen Energie gleich dem negativen halben der potentiellen Energie sein muß wie in einem ^{einzelnen} ~~singulierten~~ Wasserstoffatom auch. Nach der herrschenden Auffassung wird dagegen gemäß Gl. (2) ~~das System mit einem an einen Kern gebundenen Elektron~~ das Einelektronensystem, für beliebig hohe Dichten beibehalten, während gegen jede ^{die} ~~Quantenmechanische~~ Theorie, nach der es subbohrsche Bahnen nicht ~~gibt~~ zuläßt.

Die Gleichung (1) wurde für ein Wasserstoffplasma hergeleitet, enthält aber kein Charakteristikum des Wasserstoffs mehr. Sie sollte daher auch für andere Einelektronensysteme gelten.

Um das zu zeigen, genügt es zunächst zu wissen, daß die Bindungsenergie im Festkörper pro Atom kleiner als die Bindungsenergie des Elektrons im Atom ist. (Welchen Elektrons?)

$$r_{\min} = \frac{\epsilon_0 h^2}{\pi m e^2} = 0,53 \cdot 10^{-10} \text{ (m)}$$

$$n_{\text{granz}} = \frac{1}{r_{\min}^3} = 0,7 \cdot 10^{25} \text{ cm}^{-3}$$

Er gibt mit Protonenmasse $1,7 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$

eine Dichte von $\approx 10 \text{ g cm}^{-3}$

dagegen: Normaldichte von fl. H_2 : $0,07 \approx 0,1$;

also Plasma von 100 facher

Dichte v. fl. H_2 ???

Vergleichen
der Bdg-
Energie

~~Die Letztere wird also im Festkörper prädominant bleiben~~

Ist nun ein Körper elektrisch leitfähig, so ist unsere Theorie ^{welche?} ~~anwendbar~~, da offenbar der Grenzfall vorliegt, daß das durch den Radius a der Elektronenbahn im Grundzustand des ~~singulierten~~ ^{einzelnen} Atoms bestimmte Volumen von der Größenordnung des Volumens ist,

*festkörper
v. Pressung
v. außen?*

das ein Atom im Körper einnimmt, welches also gleich seiner reziproken Anzahl-dichte $1/n_F = \frac{A}{\rho L}$ ist (A Atomgewicht, ρ Massendichte, L Loschmidt-Zahl), analog zur Bedingung für die Gültigkeit der Gl. (1), wonach gefordert ist, daß sich im Bohrschen Volumen mindestens ein Elektron befindet: $2\pi^2 a_B^3 \gtrsim 1/n$.

Nach obiger Darlegung müßten sich aus der Gl. (1) mit den Anzahl-dichten von Elementen mit einem Außenelektron Energien ergeben, die in nullter Näherung gleich den Ionsationsenergien ^{??} des Einzelatoms sind. Die Werte der zweiten Zeile der Tabelle 1 zeigen, daß diese Erwartung zutrifft. Die in die zu gewinnende Formel für die elektrische Leitfähigkeit eingehende Geschwindigkeit

Tabelle 1

	Li	Na	K	Rb	Cs
$n_F \times 10^{-22} \text{ (cm}^{-3}\text{)}$	4.63	2.53	1.32	1.074	0.844
Energie (eV) ber. nach Gl. (1)	4.00	5.72	4.60	4.30	3.97
exp. Ionsations- energie	5.4	5.1	4.3	4.18	3.89
$\frac{1}{2\pi} \lambda n_F^{1/3}$	0.265	.240	.215	.208	.200

der Elektronen darf daher statt aus Gl. (1) mit $n = n_F$ auch gemäß

$$v = \left(\frac{2}{m} \langle E_{kin} \rangle \right)^{1/2} = \left(\frac{2}{m} \chi \right)^{1/2} \equiv \left(\frac{2}{m} \frac{1}{2} \frac{e^2}{a} \right)^{1/2} \quad (4)$$

aus der Ionisationsenergie des Einzelatoms berechnet werden.

Für Atome mit α gleichwertigen Außenelektronen gilt statt dieser Gleichung ihre Erweiterung

$$v = \left(\frac{2}{m} \frac{1}{\alpha} \langle E_{kin} \rangle \right)^{1/2} = \left(\frac{2}{m} \frac{1}{\alpha} \sum_1^{\alpha} \chi_i \right)^{1/2} \quad (5)$$

Zur Begründung erinnern wir an folgende Zusammenhänge:

Der Energieeigenwert des Ensembles von α identischen äußeren Elektronen eines Atoms, die Bindungsenergie dieses Ensembles, ist bei der üblichen Nullpunktsfestlegung stets negativ.

Aufgrund des Virialsatzes gibt sein doppelter Wert den Erwartungswert seiner potentiellen Energie an, während der Erwartungswert der kinetischen Energie gleich seinem absoluten Betrag ist.

Gleichungen muß man ableiten.

** "identisch" und "gleich" haben verschiedene Bedeutung*

2 welche Definition?

Dieser ist aber - per definitionem - gleich der Summe der Ionisationsenergien, die sich bei sukzessiver Abionisation aller gleichwertigen Elektronen ergeben. (Beim klassischen ~~Problem zweier gleichwertiger Elektronen z.B., dem~~ Heliumproblem,

nicht 2 glw. El. betragen der Energieeigenwert und die Ionisationsenergie $E = -79.2 e$ resp. $\chi_1 = 24.6$ und $\chi_2 = 2^2 \times 13.6 eV$.)

Mit der Geschwindigkeit nach Gl. (5) sind die de Broglie-Wellenlänge $\lambda = h/(mv)$ und damit die in die Tabelle 1 und 2 eingetragenen durch 2π geteilten Verhältnisse von de Broglie Wellenlänge λ zum Gitterabstand $n^{-1/3}$ für Ein- resp. Zweielektronen-Systeme berechnet. (Bekanntlich gilt für die Bohrsche Grundbahn $\frac{1}{2\pi} \lambda = a_B$.) In Tabelle 3 sind dieselben Werte für die Elemente der 2. Periode des Periodensystems eingetragen.

Tabelle 2

	Be	Mg	Ca	Sr	Ba
$n_F \times 10^{-22} \text{ (cm}^{-3}\text{)}$	12.4	4.31	2.33	1.79	1.53
kin. Energie (eV) pro Elektron ber. nach Gl. (6)	19.4	12.3	10.0	9.17	8.71
nach Gl. (5)	13.8	11.3	9.0	8.34	7.58
aus den Ionisationsenergien	3.33	1.53	1.825	—	1.86
$\frac{1}{2\pi} \lambda n_F^{1/3}$	0.262	.204	.186	.174	.176

Tabelle 3

	Na		Mg		Al		Si		P		S		Cl		Ar	
	schwarz	weiß	schwarz	weiß	schwarz	weiß	schwarz	weiß	schwarz	weiß	schwarz	weiß	schwarz	weiß	schwarz	weiß
$n_F \times 10^{-22} \text{ (cm}^{-3}\text{)}$	2.53	4.31	6.02	5.19	4.75	3.5	3.68	2.9								
α :	1	2	1	3	2	4	3	5	3	5	4	6	5	7	6	8
kin Energie (eV) pro Elektron ber. nach Gl. (6)	5.72	12.3	7.6, 22.8	14.5, 29	21.2, 35.3	19.2, 32.0	25.9, 38.9	30.0, 41.9	32.2, 43							
nach Gl. (5) aus den Ionisationsenergien	5.1	11.3	6.0, 17.6	12.2, 25.8	20.1, 35.4	20.1, 35.4	29.0, 46.1	39.6, 58.4	51.7, 72.							
$\frac{1}{2\pi} \lambda n_F^{1/3}$	0.254	.204	.312, .182	.208, .143	.158, .119	.143, .108	.121, .096	.095, .078	.075, .06							

Die in der Tabelle 2 mit "ber." bezeichneten Werte der kinetischen Energie der Elektronen von Elementen mit mehreren Außenelektronen sind mit der Gleichung

$$\varepsilon = \frac{1}{2} (2\pi^2)^{1/3} Z^2 e^2 n_F^{1/3} \quad (6)$$

berechnet worden. Sie ist eine Erweiterung der Gleichung (1) auf ~~Elemente mit~~ beliebiger Kernladungszahl, wie sie vom Verfasser in der Arbeit "Calculation of the Stellar Structure of So- Called Degenerate Stars Using a New Pressure Function", die dem Ap-Journal eingereicht wurde, abgeleitet worden ist.

Rumpfelektronen in diskreten Quantenzuständen, wie sie in Metallen unter terrestrischen Bedingungen vorhanden sind, sind bei der Ableitung der Gl. (6) nicht berücksichtigt. *Wo steht die Ableitung?*

Für n_F ist die Anzahldichte der Atome einzusetzen. Sie ^{z. B. für $Z=2$} gibt die Energie der 2 Elektronen des 2-fach geladenen Kerns an und ist also durch 2 zu teilen, um die Energie pro Elektron ~~zu erhalten, wie sie in der Tabelle 2 angegeben ist.~~ *zu erhalten.*

*Nicht zugänglich
Zitate müssen
d. Leser nicht*

Für die Elemente mit ^{verschiedenen} nicht identischen Außenelektronen der Tabelle 3 sind jeweils zwei Werte angegeben; einmal in dem nur die p-Elektronen allein, zum anderen in dem die p- und s-Elektronen als gleichberechtigt zugrundegelegt werden, so daß z.B. für Al $\alpha = z$ die Werte 1 und 3 annimmt. ??

Das in der dritten Zeile angegebene durch 2π geteilte Verhältnis der de Broglie Wellenlänge zum Gitterabstand $\frac{2}{\pi} \lambda n^{1/3}$ nimmt den Wert $1/2\pi = 0.159$ an, wenn die de Broglie Wellenlänge gleich dem Gitterabstand $n^{-1/3}$ ist. ~~Offensichtlich lassen sich die~~

Die berechneten Werte ^{sind} mit der Leitfähigkeit der Elemente korrelieren.

Wie man sieht, Zwischen den Werten für den leitenden schwarzen Phosphor 0.158 ^{und} oder 0.119 und denen für den nichtleitenden weißen Phosphor 0.143 ^{und} oder 0.108 liegt der Grenzwertbereich, der Leiter und Nichtleiter scheidet im Einklang mit unserer Vorstellung, daß Leitfähigkeit bei gleicher de Broglie Wellenlänge bei höherer Dichte vorliegen müsse.

→ kein Absatz



Das Beispiel der Kohlenstoffmodifikationen des Graphits und des dichteren Diamanten widerspricht ^{deshalb} dieser Vorstellung ^{scheinbar} nur auf den ersten Blick, da der Abstand der Teilchen im Diamantengitter mit 1.54 AE größer als der Abstand der im Sechseck angeordneten Teilchen einer Graphitschicht mit 1.42 AE ist.

~~Da wir in unserem Ansatz von einem einfach kubischen Gitter~~ ^{geht} ~~ausgegangen sind, werden natürlich solchen Eigenschaften, die sich erst aus der speziellen Art der Gitterbindungen ergeben, wird~~ nicht Rechnung getragen.

~~Tatsächlich ist ja~~ ^{ist bisher} die Gitter-Bindungsenergie überhaupt nicht in Betracht gezogen worden. ^{Sie} Bekanntlich ist diese von der Größen-^{von}ordnung eines Elektronenvolt pro Gitterteilchen; z.B. für Lithium 1.65, für Cäsium 0.83, für Beryllium 3.3 und für Barium 1.86 eV, wobei diese Energie im Falle der Erdalkalien auf zwei Elektronen zu verteilen ist.

Berechnung der elektrischen Leitfähigkeit σ

Nach dem P. Drude ¹⁾ zugeschriebenem Vorgang ergibt sich ~~die bei der Formulierung der Stromdichte~~
Driftgeschw. im Absoluten
in der Stromdichte

$$j = ne \langle v_D \rangle = \sigma E \tag{7}$$

~~auf tretende~~ ^{Die} Driftgeschwindigkeit v_D der Leitungselektronen
aus der Bewegungsgleichung

$$m \dot{v}_D = eE \quad \text{zu} \quad v_D = \frac{e}{m} Et$$

und damit die mittlere Driftgeschwindigkeit

Definieren!
Definieren!

$$\langle v_D \rangle = \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} \frac{e}{m} Et dt = \frac{1}{2} \frac{e}{m} \tau E = \frac{1}{2} \frac{e}{m} \frac{l}{v} E \tag{8}$$

Aus den Gleichungen (7) und (8) ^{Als} folgt die spezifische elektrische Leitfähigkeit *folgt hieraus*

$$\sigma = \frac{1}{2} \frac{ne^2}{m} \tau = \frac{1}{2} \frac{ne^2 l}{m v} \tag{9}$$

Darin bedeutet v die Gesamtgeschwindigkeit des Leitungselektrons, welche sich aus den Gleichungen (1), (5) oder (6) ergibt, da bekanntlich stets $v_D \ll v$

Aus einer Uagl. ergibt sich keine Größe!

gilt. τ und l bedeuten die freie Flugzeit resp. die freie Weglänge. ^{Wenn ohne die Annahme} Da wir das Konzept freier Elektronen *verworfen* ^{auskommen}

wollen

haben, muß erklärt werden, warum diese Begriffe weiterhin verwendet werden. Dazu rufen wir uns die Bedeutung der

hinschreiben!
Bedeutung
erklären!

Leistungsdichte in Erinnerung, indem wir σ nach Gleichung (9) und j nach der Definitionsgleichung (7) einsetzen:

$$\frac{1}{\sigma} j^2 = 4 \times n \frac{1}{2} m \langle v_D \rangle^2 \frac{1}{\tau} \tag{10}$$

¹⁾ P. Drude, Ann. Physik (4) 1, 566 (1900)

Wir unterscheiden zwischen Driftgeschw., Endgeschw., mittl. Geschw.,

Dieser Ausdruck besagt, daß die Kinetische Energie der Driftbewegung in der Zeiteinheit τ -mal umgesetzt wird. (Der Faktor 4 trägt dem Umstand Rechnung, daß dabei die Endgeschwindigkeit, nicht die den Impuls- und Strom-Transport bestimmende mittlere Geschwindigkeit verloren geht.) Während der Zeit τ zwischen zwei dissipativen Stößen erfolgen elastische Stöße. In dieser Hinsicht verhalten sich die Leitungselektronen im Verbund*) des Metalls wie die Elektronen eines Atoms. Auch diese sind in wechselwirkender Bewegung, ohne dabei Energie zu verlieren. Bis zu einem dissipativen Stoß legen die Leitungselektronen daher einen Diffusionsweg zurück. Die freie Weglänge ist somit nicht wie bei freien Elektronen als die kürzeste Verbindung zwischen den Orten zweier aufeinanderfolgender dissipativer Stöße, sondern als die rektifizierte Länge des Diffusionsweges zu verstehen. Die Verwendung des Begriffes "freie Weglänge" und des diesem zugrundeliegenden Begriffes des Wirkungsquerschnitts erfährt dadurch keine Einschränkung. Wir schließen aus dem kalorischen Verhalten der Metalle, daß die Gitterpunkte als Repräsentanten der Rumpfatome Schwingungen vollführen, deren Amplituden mit ~~ver-~~schwindender Temperatur gegen Null gehen. Andererseits wissen wir, daß auch der elektrische Widerstand mit fallender Temperatur abnimmt. Wir suchen daher einen Wirkungsquerschnitt aus der Auslenkung der Gitterpunkte zu bestimmen. Wie ~~in~~ ^{bei} der einfachen Theorie der spezifischen Wärme betrachten wir die Rumpfatome als ~~unkorreliert~~ ^{Gitterionen} lineare Oszillatoren, die ~~unkorreliert~~ ^{unkorrelierte} schwingen mögen. Diese Schwingung ^{wird} sei dadurch verursacht, daß der Ladungsschwerpunkt des Rumpfatoms nicht mit dem der es umgebenden sechs Leitungselektronen zusammenfällt. Wegen der gegenüber der Schwingungsbewegung schnellen Elektronenbewegung werden die leitfähigen Elektronen im zeitlichen Mittel als über das Volumen gleichmäßig verteilt

Wo stehen die elast. keine Wunderl. Bilder verwenden!

Was ist gemeint?

26: Gel, ϵ diss,

Absatz

inschnepper Begriff!

Neuer Abschnitt! (Neues Gebiet)

ϵ für was?

Nachlesen: Gittertheorie!

Gitterionen schwingen nicht um Ladungsschwerpt. d. El.!

*) "Verbund" = period. Potential d. Metallgitters

* Gleichung des "dissipativen" Stoßes hinschreiben!

angenommen derart, daß die jeweils einem Atomvolumen zu-
zuordnende Ladungsmenge eine Elementarladung beträgt.
Unser Modell ist also mit dem Atommodell von J.J. Thomson
identisch, wenn wir dem Atomvolumen eine Kugelgestalt zu-

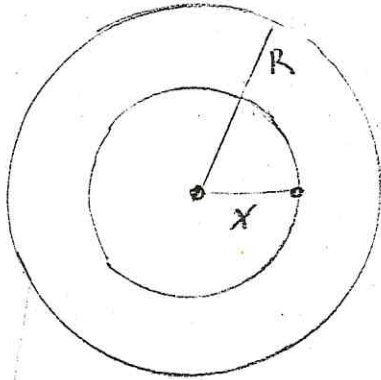


Abb. 3

ordnen. Siehe Abbildung 3
Innerhalb der Kugel mit dem
Radius R und dem Volumen

$$\frac{4\pi}{3} R^3 = 1/N_F$$

sei die Auslenkung des Rumpfs
atoms mit x bezeichnet. Da
nur der Ladungsanteil

$$\begin{aligned} e' &= e \frac{\frac{4\pi}{3} x^3}{\left(\frac{4\pi}{3} R^3\right)} \\ &= e \left(\frac{x}{R}\right)^3 \end{aligned}$$

innerhalb der Kugel mit dem Radius x zur Rückstellkraft
beiträgt, lautet die Bewegungsgleichung

$$m_A \ddot{x} + \frac{ee'}{x^2} = m_A \ddot{x} + \frac{e^2}{R^3} x = 0 \quad (12)$$

Eine Lösung ist

$$x = x_0 \sin \omega t, \quad \omega^2 = \frac{e^2}{m_A R^3} = \frac{e^2}{m_A} \frac{4\pi}{3} N_F \quad (13)$$

Wir werden uns zunächst auf die Alkalimetalle beschränken.
Um zu prüfen, inwieweit unser Ansatz den thermischen Eigen-
schaften Rechnung trägt, berechnen wir aus Gleichung (13)
eine charakteristische Temperatur Θ gemäß $\Theta = \frac{\hbar \omega}{k}$

und vergleichen sie in Tabelle 4 mit den Debye-Temperaturen, wie sie bei Kohrausch, Praktische Physik III Aufl. zusammengestellt sind.

Tabelle 4
Vergleich charakteristischer Temperaturen Θ mit Debye-Temperaturen Θ_D

	Li	Na	K	Rb	Cs
Θ_D Kohrausch (°K)	363	160	100	68	219
$\Theta = \frac{\hbar \omega}{k}$ n. Gl. (13)	480	192	106	65	46

Um nun den Wirkungsquerschnitt Q zu erhalten, berechnen wir die mittlere Auslenkung nach Gl. (12) und berücksichtigen dabei die dazu senkrechte Auslenkung y ;

$$Q = \pi (\langle x^2 \rangle + \langle y^2 \rangle) = \pi 2 \langle x^2 \rangle = \pi x_0^2 \quad (14)$$

(Nach dem verwendeten Thomson-Modell sind die Auslenkungen Dipollängen. Ob es konsequent wäre, auch noch den dritten Freiheitsgrad in Rechnung zu stellen, d.h. πx_0^2 durch $\frac{3}{2} \pi x_0^2$ zu ersetzen, läßt sich wegen der Schematisierung, welche die Quantifizierung einer im Detail komplizierten Wechselwirkung vermittelt, vom Modell her nicht entscheiden. In der Literatur besteht schon hinsichtlich des Faktors $\frac{1}{2}$ in Gl. (3) keine Einheitlichkeit; in einigen Darstellungen wird er fort-

gelassen).

Wir bestimmen Q auf zweierlei Arten, zunächst - der Anschaulichkeit halber - aus dem halbklassischen Ansatz

$$E_j = \hbar \omega \left(j + \frac{1}{2}\right) = E_{\text{kin}} + E_{\text{pot}} = \frac{1}{2} m_A \dot{X}^2 + \frac{1}{2} \frac{e^2}{R^3} X^2$$

$$= \frac{1}{2} m_A \omega^2 X_{0,j}^2 \cos^2 \omega t + \frac{1}{2} \frac{e^2}{R^3} X_{0,j}^2 \sin^2 \omega t = \frac{e^2}{R^3} X_{0,j}^2, \quad (15)$$

wo ω aus Gl. (13) eingesetzt wurde. Daraus und wiederum mit Gl. (13) ergibt sich

$$Q_j = \pi X_{0,j}^2 = \pi \frac{R^3}{e^2} \hbar \omega \left(j + \frac{1}{2}\right) = \pi \frac{\hbar}{m \omega} \left(j + \frac{1}{2}\right)$$

und schließlich

$$Q = \frac{1}{\sum_{j=0}^{\infty} e^{-j \frac{\hbar \omega}{kT}}} \sum_{j=0}^{\infty} Q_j e^{-j \frac{\hbar \omega}{kT}}. \quad (16)$$

Um die Summen ausrechnen zu können setzen wir $e^{-j \frac{\hbar \omega}{kT}} = X^j$ und erhalten ^{für} die Zustandssumme

$$\sum_{j=0}^{\infty} e^{-j \frac{\hbar \omega}{kT}} = \sum_{j=0}^{\infty} X^j = \frac{1}{1-X} \equiv Z$$

und für den Wirkungsquerschnitt

$$Q = \pi \frac{\hbar}{m_A \omega} \frac{1}{Z} \sum_{j=0}^{\infty} \left(j + \frac{1}{2}\right) X^j = \pi \frac{\hbar}{m_A \omega} \frac{1}{Z} X^{1/2} \frac{d}{dx} \sum_{j=0}^{\infty} X^{j+1/2}$$

$$= \pi \frac{\hbar}{m_A \omega} \frac{1}{Z} X^{1/2} \frac{d}{dx} \frac{X^{1/2}}{1-X}$$

$$= \pi \frac{\hbar}{m_A \omega} \left(\frac{1}{X^{-1} - 1} + \frac{1}{2} \right), \quad (17)$$

Wir berechnen den Wirkungsquerschnitt ein zweites Mal, indem wir statt von den klassischen Mittelwerten in Gl. (14) direkt von den quantenmechanischen Übergangsmomenten

$$x_{j-1, j}^2 + y_{j-1, j}^2 = \frac{j \hbar}{m_A \omega} \tag{18}$$

ausgehen und erhalten mit

$$Q = \pi \frac{\hbar}{m_A \omega} \frac{1}{Z} \sum_{j=0}^{\infty} j x^j = \pi \frac{\hbar}{m_A \omega} \frac{1}{Z} x \frac{d}{dx} \sum_{j=0}^{\infty} x^j \tag{19}$$

$$= \pi \frac{\hbar}{m_A \omega} \frac{1}{x^{-1} - 1}$$

einen Ausdruck, der dem der Gl. (17) bis auf den Faktor 1/2 in der Klammer gleich ist. Dieser Unterschied sollte nicht beunruhigen, taucht der Faktor 1/2 doch auch bei der analogen Ableitung der planck'schen Strahlungsformel auf. Er fällt fort, wenn man den Energienullpunkt um die Nullpunktenergie verschiebt. (Eine Ableitung unter Zugrundelegung der Übergangsmomente führt auf die richtige Strahlungsformel, ist aber unseres Wissens in der Literatur nicht zu finden.) Wir haben die Gleichung (17) angeführt, weil, wie wir sehen werden, mit ihr die Beschreibung eines für T → 0 verbleibenden Restwiderstandes möglich ist.

Wir setzen in Gl. (9) $l = 1/(nQ)$ nach Gl. (19) und v nach Gl. (1) ein und erhalten die spezifische Leitfähigkeit

$$\sigma = (2 \times 3^3 \pi^5)^{-1/6} \frac{e^2}{\hbar} \left(\frac{m_A}{m}\right)^{1/2} n^{1/3} \left(\exp(\Theta/T) - 1\right) \tag{20}$$

$$= 1.50 \times 10^{21} m_A^{1/2} n^{1/3} \left[\exp\left(2.48 \times 10^{-21} \frac{\hbar^2}{m_A^{1/2}} \frac{1}{T}\right) - 1 \right]$$

- 7 -

mit der charakteristischen Temperatur

$$\Theta = \frac{\hbar \omega}{k} = \frac{\hbar}{k} \frac{e}{m_A^{1/2} R^{3/2}} = \frac{\hbar e}{k m_A^{1/2}} \left(\frac{4\pi}{3} n_F \right)^{1/2} \quad (21)$$

In der Tabelle 5 sind für 0°C die Werte nach Gl. (20) und die experimentellen Werte nach Kohlrausch Bd. III S. 93 eingetragen.

Tabelle 5

Spezifische Elektrische Leitfähigkeit σ bei 0°C und Temperaturkoeffizient $\alpha = \frac{1}{\sigma} \frac{d\sigma}{dT}$ der Leitfähigkeit

	Li	Na	K	Rb	Cs	Al	Cu	Ag
exp.	1.06	2.09	1.43	1.34	0.474	3.75	5.81	6.0
theor. $\sigma \times 10^{14} \text{ (sec}^{-1}\text{)}$	8.8	2.79	1.36	1.06	0.835	6.8	7.8	5.0
Gl. (20) $\left(\begin{array}{l} \text{mit} \\ \Theta = 363 \end{array} \right)$								
$\alpha \times 10^3$								
exp	4.37	4.27	5.4	5.3	5.0	4.67	4.33	4.1
theor. nach Gl. (20)	5.95	4.11	3.63	3.41	3.32	4.9	4.2	3.9

Weiterhin sind die experimentellen und theoretischen relativen Temperaturkoeffizienten der elektrischen Leitfähigkeiten α (, die gleich denen der elektrischen Widerstände sind,) eingetragen. Nach Gl. (20) ist

$$\alpha = \frac{1}{\sigma} \frac{d\sigma}{dT} = \frac{1}{T} \frac{\Theta}{T} \frac{1}{1 - \exp(-\Theta/T)} \quad (22)$$

Die experimentellen Werte sind mittlere Werte für den Temperaturbereich zwischen 0 und 100°C . Dementsprechend sind die theoretischen Werte nach Gl. (22) für $50^{\circ}\text{C} = 323^{\circ}\text{K}$ berechnet worden. Der Sprung des experimentellen Wertes für Natrium zu denen des Kalium, Rubridiums und Cäsiums kommt zustande, weil ~~der Schmelzpunkt des Natriums mit~~ 90°C an der Grenze des Temperaturbereichs liegt, während die Schmelzpunkte der übrigen Elemente mit $64,39$ und 29°C ganz innerhalb dieses Bereichs liegen; bekanntlich ändern sich die Leitfähigkeiten beim Übergang von festen zum flüssigen Zustand um etwa den Faktor 2. Die absoluten Beiträge der Leitfähigkeiten werden wir im Zusammenhang mit der Behandlung der Elemente mit mehreren Außenelektronen, zu denen auch das hier als Einelektronenelement behandelte Aluminium gehört, diskutieren.

III Das Wiedemann-Franz'sche Gesetz.

Sich die Leitfähigkeit beim Übergang vom festen in den flüssigen Zustand um etwa den Faktor 2 ändert und die Schmelzpunkte dieser Elemente mit $64,39$ und 28°C in diesen Temperaturbereich fallen, während der Schmelzpunkt des Natriums mit 93°C am Rande des Bereichs liegt.

Es kam uns darauf an, zu zeigen, daß man die elektrische Leitfähigkeit ganz anders deuten kann als es mit Hilfe des Begriffes des Bandes üblich ist und so von vornherein die Notwendigkeit entfällt, für die Leitfähigkeit der Erdalkalien eine gesonderte Erklärung suchen zu müssen. Der Begriff des Bandes ist die Bildung einer naturphilosophischen Abirrung. Bänder dürften nur in der Halbleiterphysik einen Sinn behalten, nämlich den ursprünglichen; verbreiterte Energieniveaus ungestörter Atome zu sein.

Wir wollen noch auf eine topographische Irreführung eingehen, wie sie zur Erklärung der Leitfähigkeit in der Literatur durchgehend verwendet wird. Es ist dies die Darstellung eines Potentialtopfes nach der Art der Kurve a der Abb. 1.

Elektronen sind nach der gängigen Darstellung leitfähig,

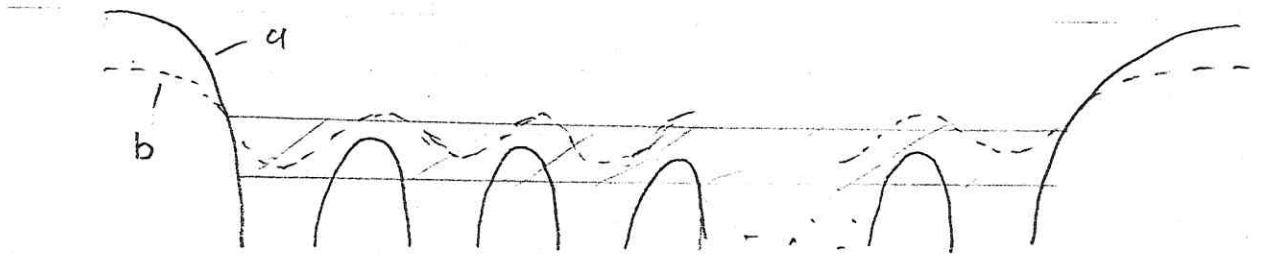


Abb. 1

wenn ihr Leitfähigkeitsband oberhalb der Potentialkuppen liegt. Nun verwandelt sich die Kurve a in die Kurve b, wenn die Zeichenebene nicht mehr die Gitterpunkte enthält. Während die Kurve a die auf ein Elektron wirkenden Kräfte zu bestimmen erlaubt, weil es aus der Zeichenebene herausragende Kraftkomponenten nicht gibt, trifft das für die Kurve b nicht mehr zu, da solche Kraftkomponenten vorhanden sind. Offenbar wird deswegen die Kurve a als repräsentativ empfunden und deshalb zumeist ohne kritischen Kommentar in der Literatur wiedergegeben. Nur bei wohl mehr philosophisch veranlagten Autoren findet sich der Hinweis, daß diese Kurve ein "lineares Gitter" repräsentiere.

Das bedeutet, daß die Elektronen weder als Punktladungen oder wie auch immer räumlich begrenzter Ladungen, sondern als senkrecht aus der Zeichenebene herausragende Stangen mit zylindrischem Querschnitt verschwindender oder endlicher Fläche verstanden werden müssen. Bei konsequenter Erweiterung auf die dritte Raumdimension geraten diese Stangen zu Flächen. Die Abb. 2 veranschaulicht diese Folge von Projektionen. An diesem Gebilde nun wird die Absenkung des Potentials gem. Abb. 1 demonstriert. Sodann wird vermittels einer "Mittelung des Potentials" suggeriert, daß die Elektronen frei oder - bei den Philosophen - "quasifrei" sind, im Inneren des Topfes also keinen Kräften unterliegen. Das ist gegen jede Logik, das ist barer Unsinn ! Mit der gleichen Begründung müßten die Elektronen eines Wasserstoffmoleküls als frei angesehen werden.

Die folgende quantitative Berechnung der elektrischen Leitfähigkeit wird wieder auf der Grundlage des einfach kubischen Gitters durchgeführt. Insbesondere ergibt sich die Temperaturabhängigkeit auf der Grundlage der thermischen Gitterschwingung, wie sie zur Beschreibung auch der thermischen Eigenschaften herangezogen wird. Es wird sich zeigen, daß der Abfall der elektrischen Leitfähigkeit mit steigendem Atomgewicht - das bedeutet gleichzeitig; mit abnehmender Debyetemperatur - ein Temperatureffekt ist. Das Verhältnis der de Broglie Wellenlänge zum Abstand, welches, wie aus den Tabellen ersichtlich, mit steigendem Atomgewicht ebenfalls abnimmt, ist dafür nicht die Ursache. Dieses Verhältnis scheidet lediglich Leiter und Nichtleiter.

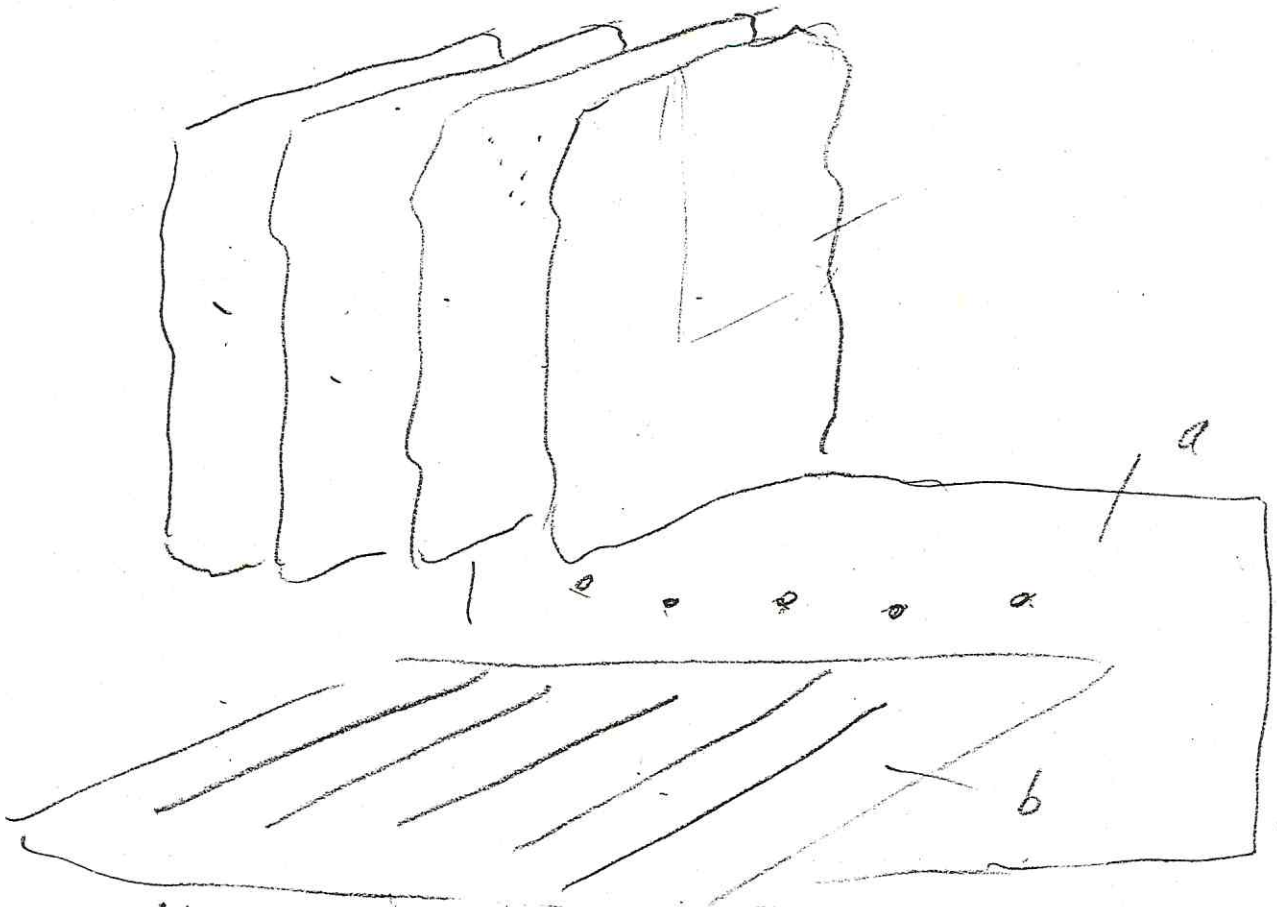
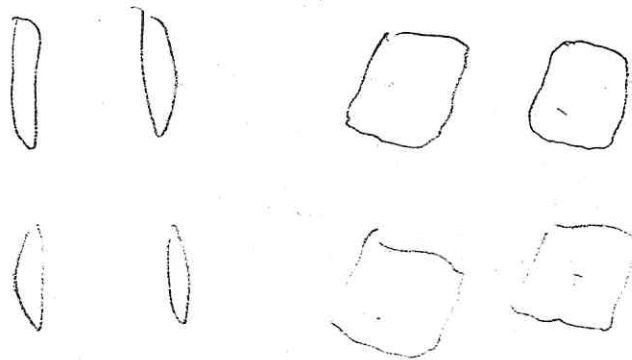


Abb. 2 Die Flächen im Raum ergeben bei der Projektion auf die Ebene b die Projektionen der Körper auf der Fläche a ergibt ^{die} Punkte, welche sich im Abb. 1 in den Potentialtöpfen zu decken sind, dort aber nicht aus S kann? ~~Kann bei Änderung finden.~~





$$M \ddot{x}_1 = -C(x_1 - x_2)$$

$$x_1 = -x_2$$

$$M \ddot{x}_2 = -C(x_2 - x_1)$$

$$M \ddot{x}_1 = -2C x_1$$

$$\omega^2 = \frac{2C}{M}$$

$$M \ddot{x}_2 = -2C x_2$$

$$x = x_0 \sin \omega t$$

$$\left\langle \frac{1}{2} M \dot{x}^2 \right\rangle = \frac{1}{4} M x_0^2 \omega^2$$

Die Aufstellung einer neuen
Theorie verlangt:

1. Eine präzise fassung der alten
Theorie:

Welche Ursachen haben nach welchen
Gesetzen - welche Wirkungen.

2. Eine präzise fassung der
neuen Theorie:

(s. o.)

3. Eine Benennung der Änderungen

a.) Welche Ursachen kamen dazu, welche
sind weggefallen

b.) welche Kausalverknüpfungen
haben sich geändert

c.) Welche Ergebnisse haben
sich geändert.