wie sie der Berechnung der Entartungsenergie zugrunde liegt. (Vom Spin ist hier abgesehen; daher der Faktor 4π statt 8π.) Wenn die Analogie auch ~~wenig~~ ausgeprägt erscheinen mag, so bedenke man doch, daß es für die klassische Quantenbedingung der Gl. (25) keinerlei Begründung außer derjenigen gibt, welche ihr der Erfolg verleiht. So ~~kann~~ konnte man es auch mit der Quantenbedingung nach Gl. (26) für ein N-Körperproblem versuchen, da es ja Lösungen dieses Problems in geschlossener Form nicht geben kann. Die Erklärung der spezifischen Wärme "entarteter" Elektronen schien diesen Ansatz auch zu rechtfertigen.

Zum Verständnis mag auch die Historie helfen, da die Formulierung des Ausschließungsverbots, auf das sich die ~~Beziehung~~ Gleichung (26) gründet, noch zu Zeiten der klassischen Atomtheorie, kurz vor der Veröffentlichung der ersten Arbeit Heisenbergs zur Quantenmechanik erfolgte. (Pauli, W.:
Heisenberg, W.)

Somit war die allgemein gültige Quantenbedingung in der Form der Vertauschungsrelationen noch nicht bekannt. Man konnte folglich auch kein "Verständnis" der Quantenbedingung haben.

B B Die Entartungsenergie und ihre Ersetzung. Gravitation und Entartung

IX Die Entartungsenergie:

Mit der Definition der auf den Impulsbetrag p bezogenen Anzahldichte N (p) nach Gl. (26) kann das Ausschließungsprinzip formuliert werden, da die Beziehung

$$N(p)\,dp \leq \frac{4\pi\, p^2 dp\, V}{h^3} \qquad (27)$$

besagt, daß sich höchstens so viele Teilchen im Phasenvolumen befinden als diese Zellen der Größe h^3 hat.

Für den Fall der vollständigen Entartung gilt das Gleichheitszeichen. Man nimmt dann an, daß alle Zellen von $p = 0$ bis $p = p_{max}$ mit je einem Teilchen besetzt sind, so daß die Integration der Gl. (27) mit $\int N(p)\,dp = N$

$$h^3 = \frac{4\pi}{3} p_{max}^3 \frac{V}{N} = \frac{4\pi}{3} p_{max}^3 \frac{1}{n} \qquad (28)$$

ergibt.

Die Entartungsenergie folgt nun aus der Definition der kinetischen Energie, indem $\frac{1}{2m} p^2$ mit der Verteilungsfunktion N (p) gewichtet wird. Auf die Volumeneinheit ~~bezogene~~ Man erhält so die kinetische Energie

$$\langle E_{kin} \rangle = \frac{1}{2m} \int_0^{p_{max}} p^2 N(p)\,dp = 2\pi \frac{1}{5} \frac{1}{m h^3} p_{max}^5 \qquad (29)$$

und mit Gl. (28) daraus

$$\langle E_{kin} \rangle = \frac{3}{5} \left(\frac{3}{4\pi}\right)^{2/3} \frac{h^2}{2m} n^{5/3} \qquad (30)$$

als sogenannte Entartungsenergie.

Weder ist die in der Quantenbedingung (26) enthaltene Wirkungsfunktion durch eine das Problem beschreibende Hamiltonfunktion bestimmt worden, noch wird die benutzte Definition $\frac{1}{2m} p^2$ der vis viva nach Newton gemäß

$$\frac{1}{2m} p^2 = \frac{1}{2} m \dot{u}^2 = \frac{1}{2} \int \frac{d}{dt} \dot{u}^2\,dt = m \int \ddot{u} \dot{u}\,dt = m \int \ddot{u}\,du = -\int \nabla V\,du = -V + \text{konst.}$$

auf die obwaltenden Kräfte zurückgeführt.

Die Bestimmung der Entartungsenergie erfolgt generalisierend aus dem Ausschließungsprinzip, losgelöst von den Prinzipien der klassischen Mechanik und also von denen der klassischen Quantentheorie.