

für Hashami
wurde ein (Kloster)

Z U S A M M E N F A S S U N G

In der üblichen Behandlung entarteter Elektronen hängt deren kinetische Energie von der Elektronendichte n_e mit $n_e^{2/3}$, ihre potentielle Energie mit $n_e^{1/3}$ ab. Die Elektronen werden dabei als freie Teilchen behandelt. Der Virialsatz hingegen erfordert Proportionalität der beiden Energien. Dieser Widerspruch wird von den Grundlagen zunächst der klassischen Quantentheorie und sodann der Quantenmechanik her entwickelt.

Der Gegenstand der vorliegenden Arbeit wurde im Rahmen einer statistischen Untersuchung erstmals 1976 behandelt (1) (2)

Einleitung und Übersicht

In der klassischen Punktmechanik wird ein durch eine Hamiltonfunktion vorgelegtes Problem auf eine "Gleichgewichtsbewegung" zu transformieren gesucht, womit die Integration der Hamiltonschen Bewegungsgleichungen und damit die Bestimmung der Bahn Gleichung geleistet wäre. Dazu geeignete Transformationsgleichungen werden aus den sie "erzeugenden Funktionen" abgeleitet. Diese haben die Dimension einer Wirkung. Sie erhalten als "Wirkungsfunktion" in der klassischen Quantentheorie eine über ihre Rolle bei der Transformation hinausgehende Bedeutung durch die Quantenbedingung, welche vorschreibt, ihre als Phasenintegrale oder Periodizitätsmoduln bezeichneten Teilwerte einem ganzen Vielfachen des Planckschen Wirkungsquantums gleichzusetzen. Diese Vorschrift hat mittelbar die Auswahl diskreter Energiewerte aus dem Kontinuum der klassischen Werte zur Folge, wie es die Empirie verlangt. Die ausgewählten Energiewerte sind wie die übrigen allein durch die Hamiltonfunktion bestimmt.

Zwischen potentieller und kinetischer Energie besteht ein Virialsatz genannte Proportionalität. Dieser Satz wird am Beispiel des Keplerproblems verifiziert und als allgemeiner Satz der klassischen Mechanik für ein System aus Protonen und Elektronen formuliert. Im Rahmen der klassischen Quantentheorie ist der Virialsatz allgemein nicht formulierbar, weil eine

Quanten

allgemeine Formulierung der Bedingung nicht möglich ist.

Die sogenannte Entartungsenergie quantenmechanischer Systeme wird auf der Grundlage einer unspezifischen Wirkungsfunktion berechnet, in die das Pauliverbot eingegangen ist. Sie ist unspezifisch, weil zu ihrer Herleitung außer auf die Teilchenmasse m , auf das Volumen V und die Gesamtteilchenzahl N auf keinerlei Eigenschaft des Systems mehr Bezug genommen wird. Diese Wirkungsfunktion ist also nicht als erzeugende Funktion durch Lösung eines durch die Hamiltonfunktion definierten Problems entstanden. Vielmehr ist die Angabe einer Hamiltonfunktion überflüssig. Daher kann die Frage, welche Kräfte die Bewegungsenergie verursachen, keine Antwort finden. Dieser Umstand wird ermöglicht, weil das Pauliprinzip weder Bestandteil der klassischen Quantentheorie noch der Quantenmechanik ist.

Im Rahmen der Quantenmechanik sind die Quantenbedingungen allgemein formulierbar; sie treten als Axiom in Gestalt der Heisenbergschen Vertauschungsrelationen auf, deren klassische Analoga die Poissonklammern sind. Wie diese sind sie Invarianten der Theorie gegenüber kanonischen Transformationen. Umgekehrt charakterisieren die Vertauschungsrelationen wie die Poissonklammern die kanonischen Transformationen, nämlich als unitäre Transformationen. Mit solchen ist ein vorgelegtes Problem wie in der klassischen Mechanik auf ein Gleichgewichtsproblem, d.h. der Hamiltonoperator auf Hauptachsen zu transformieren. Diese Forderung stellt das zweite Axiom dar. In spezieller Weise wird es zugleich mit den Vertauschungsrelationen erfüllt durch die

Bestimmung der Schrödingerschen Wellenfunktionen. Diese bauen als Spaltenvektoren im Hilbertraum die unitäre Matrix auf ; sie sind die Erzeugenden der Kanonischen Transformation.

Aufgrund der von der Lösung eines vorgelegten Problems unabhängigen Formulierung der Quantenbedingung ist, anders als in der alten Quantentheorie, der Virialsatz allgemein formulierbar wie die Sätze über den Schwerpunkt, Impuls und Drehimpuls auch.

Im Kontext der Quantenmechanik leitet sich die Entartungsenergie allein aus dem ersten Axiom, den Vertauschungsrelationen, und dem Pauliprinzip ab. Wiederum wird der das Problem beschreibende Hamiltonoperator außer acht gelassen.

Die im Vorstehenden skizzierten Zusammenhänge werden im Folgenden soweit präzisiert, daß gezeigt werden kann, wie sich die Theorie der Entartung in die axiomatisch begründete Physik einfügt respektive zu ihr im Widerspruch steht.

Inhaltsangabe

- A Klassische und quantentheoretische Hamiltonmechanik
 - I Kanonische Bewegungsgleichungen
Hamiltonsches Prinzip
 - II Kanonische Transformationen
Erzeugende Funktionen
 - III Die partielle Hamilton-Jakobische Differentialgleichung
 - IV Integrale der Bewegungsgleichungen
Reduktion der Ordnung
 - V Beispiele für erzeugende Funktionen alias Wirkungs-
funktionen und deren Rolle bei der Quantelung und
Energiebestimmung
 - VI Der Virialsatz im Beispiel des Keplerproblems
 - VII Verallgemeinerte Ableitung des klassische Virialsatzes
 - VIII Charakterisierung der Quantelung durch das Wirkungs-
integral
- B Die Entartungsenergie und ihre Ersetzung. Gravitation und
Entartung
 - IX Die Entartungsenergie
 - X Ersetzung der Entartungsenergie durch eine Null-
punktsenergie
 - XI Eine klassische Ableitung der Nullpunktsenergie
 - XII Kommentierungen zur Entartungsenergie
 - XIII Der Virialsatz in der Hydromechanik
 - XIV Der Einfluß der Gravitation auf die Mikrobewegung
- C Quantenmechanik
 - XV Die Poissonklammer und die Vertauschungsrelation